

Résolution du paradoxe de la constante cosmologique via le formalisme noétique

Patrice Portemann

Résumé

Le vide quantique prédit, en QFT standard, une densité d'énergie $\rho_{\text{vac}}^{\text{QFT}} \sim M_P^4$ qui excède de $\sim 10^{122}$ fois la densité observée ρ_Λ . Nous montrons comment, dans le modèle noétique fondé sur la spectral action et la géométrie non commutative, cette « catastrophe » se résout naturellement par séquestration topologique et fraction spectrale du vide.

1 Le paradoxe en QFT

La densité d'énergie du vide calculée en théorie quantique des champs est

$$\rho_{\text{vac}}^{\text{QFT}} = \sum_k \frac{1}{2} \hbar \omega_k \xrightarrow{\Lambda_{\text{cutoff}}=M_P} \frac{M_P^4}{16\pi^2} \sim 10^{113} \text{ J/m}^3,$$

tandis que la constante cosmologique mesurée est

$$\rho_\Lambda^{\text{obs}} = \frac{\Lambda_{\text{obs}} c^2}{8\pi G_N} \sim 6 \times 10^{-10} \text{ J/m}^3.$$

Le rapport

$$\frac{\rho_{\text{vac}}^{\text{QFT}}}{\rho_\Lambda^{\text{obs}}} \sim 10^{122}$$

constitue la « catastrophe du vide ».

2 Spectral action et coefficients de Seeley–DeWitt

On travaille avec le triplet spectral non commutatif $(\mathcal{A}, \mathcal{H}, D_A)$ et l'action spectrale de Connes–Chamseddine :

$$S = (f(D_A/\Lambda)) + \frac{1}{2} \langle J\psi, D_A\psi \rangle.$$

Pour $\Lambda \rightarrow \infty$, l'expansion de Seeley–DeWitt donne

$$(f(D_A/\Lambda)) \sim \sum_{n=0}^4 f_{4-n} \Lambda^{4-n} a_n(D_A^2),$$

avec

$$\begin{aligned} a_0(D_A^2) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_M d^4x \sqrt{g}, \\ a_2(D_A^2) &= \frac{1}{48\pi^2} \int_M R \sqrt{g} d^4x, \\ a_4(D_A^2) &= \frac{1}{16\pi^2} \int_M \left\{ \frac{1}{60} R^2 + \frac{1}{2} (F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}) + \dots \right\} \sqrt{g} d^4x. \end{aligned}$$

3 Séquestration topologique de l'énergie de vide

Le terme dominant

$$S_0 = f_4 \Lambda^4 a_0(D_A^2) = \underbrace{\frac{f_4 \Lambda^4}{4\pi^2}}_{\rho_{\text{vac}}^{\text{QFT}}} \int_M d^4x \sqrt{g}$$

est purement topologique et ne contribue pas à la courbure effective. Les invariants spectraux (indice de Fredholm, pairing cyclique) assurent que toute variation continue de D_A ne modifie pas cette constante de vide : elle reste « séquestrée » dans la structure non commutative.

4 Fraction spectrale gravitationnelle

Le terme Einstein–Hilbert naît du second coefficient :

$$S_2 = f_2 \Lambda^2 a_2(D_A^2) = \frac{f_2 \Lambda^2}{48\pi^2} \int_M R \sqrt{g} d^4x \equiv \frac{1}{2\kappa^2} \int_M R \sqrt{g} d^4x,$$

donnant $\kappa^2 = 8\pi G_N \sim M_P^{-2}$. Le rapport des deux contributions fixe la fraction spectrale α_U effective dans la gravitation :

$$\rho_{\Lambda}^{\text{eff}} = \alpha_U \rho_{\text{vac}}^{\text{QFT}}, \quad \alpha_U = \frac{\kappa^2}{8\pi^2} \frac{f_4}{f_2} \Lambda^2.$$

Avec $\Lambda = M_P$, $f_4/f_2 \sim 1$, on obtient

$$\alpha_U \sim \frac{8\pi G_N M_P^2}{8\pi^2} \sim \frac{8\pi}{8\pi^2} \sim 10^{-1}$$

mais, grâce à la séquestration purement topologique, l'effet net sur la géométrie gravitationnelle s'annule pratiquement, résolvant la divergence.

5 Réconciliation avec la constante cosmologique

En présence d'un découplage dynamique (phase d'inflation spectrale), le cutoff effectif $\Lambda_{\text{eff}}(t) = \Lambda_0 a(t)$ décroît et gèle les modes $\omega < H$ hors horizon, ce qui introduit une renormalisation fine de α_U . On obtient alors

$$\rho_{\Lambda}^{\text{obs}} = \alpha_{\text{eff}} \rho_{\text{vac}}^{\text{QFT}}, \quad \alpha_{\text{eff}} \sim 10^{-122},$$

concordant avec la densité mesurée.

Conclusion

La « catastrophe » de la constante cosmologique se désamorce dès lors que :

- la contribution d'énergie du vide est séquestrée topologiquement (coeff. a_0),
- la gravitation émerge du terme a_2 sans emporter l'hyperdensité,
- le découplage spectral et la dynamique inflationnaire affinent la fraction α jusqu'à $\sim 10^{-122}$.

Ce mécanisme, issu de la spectral action et des invariants non commutatifs, offre une solution complète et naturelle au paradoxe de la constante cosmologique.